Мордухай - Болтовской Д. Д.

Геодезические линии эллипсоида в неэвклидовом пространстве. (рукопись).

Д. МОРДУХАЙ-БОЛТОВСКОЙ.

Геодезические линии эллипсоида в не-эвклидовом пространстве.

§ 1. Геодезические линии на эллипсоидах прежде всего определяются на основании теоремы о том, что материальная точка при отсутствии внешних сил должна двигаться на поверхности по геодезической кривой.

Полагая $m=1$ и $k=1$ /что можно всегда сделать при надлежащем выборе единиц массы и длины/ мы будем иметь уравнение движения материальной точки по поверхности:

$$f(x,y,z,u)=0 \tag{1}$$

в пространстве Лобачевского в следующей форме:

$$\begin{aligned} x'' &= v^2 x + K_x, \\ y'' &= v^2 y + K_y, \\ z'' &= v^2 z + K_z. \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$x^2+y^2+z^2-u^2=-1 \tag{3}$$

соотношение между Вейерштрассовыми координатами, а K_x, K_y, K_z имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} K_x &= \lambda\left[\Phi_{xu}\frac{1+x^2}{u}+\Phi_{yu}\frac{xy}{u}+\Phi_{zu}\frac{xz}{u}\right], \\ K_y &= \lambda\left[\Phi_{xu}\frac{yx}{u}+\Phi_{yu}\frac{1+y^2}{u}+\Phi_{zu}\frac{yz}{u}\right], \\ K_z &= \lambda\left[\Phi_{xu}\frac{zx}{u}+\Phi_{yu}\frac{zy}{u}+\Phi_{zu}\frac{1+z^2}{u}\right]; \\ K_u &= \lambda\left[\Phi_{xu}\,x+\Phi_{yu}\,u+\Phi_{zu}\,u\right] \end{aligned} \tag{4}$$

и где

$$\begin{aligned} \Phi_{xu} &= x\frac{\partial f}{\partial u}+u\frac{\partial f}{\partial x}, \\ \Phi_{yu} &= y\frac{\partial f}{\partial u}+u\frac{\partial f}{\partial y}, \\ \Phi_{zu} &= z\frac{\partial f}{\partial u}+u\frac{\partial f}{\partial z}, \end{aligned} \tag{5}$$

Если уравнение эллипсоида

$$Ax^2+By^2+Cz^2=u^2$$

то уравнения /2/ обращаются в следующие: