Мордухай - Болтовской Д.Д.

О кривизне плоских кривых в пространстве Лобачевского. (Рукопись).

1

Д. Мордухай-Болтовской

О кривизне кривых ~~на плос~~ в пространстве Лобачевского

Глава I. Плоские кривые

§1. ~~[illegible]~~ Уравнение касательной и нормали.

Мы везде будем пользоваться Вейерштрассовыми координатами: если MQ и MP перпендикуляры на оси координат OX и OY, то такими координатами (черт 1) являются:

$$x = k\,\mathrm{sh}\,\frac{\overline{QM}}{k}$$
$$y = k\,\mathrm{sh}\,\frac{\overline{PM}}{k} \qquad (1)$$
$$z = \mathrm{ch}\,\frac{\overline{OP}}{k}$$

Уравнение прямой (2)

$$AX + BY + k^2 CU = 0, \qquad (3)$$

где $X^2 + Y^2 - k^2U^2 = -k^2$

Если прямая проходит через бесконечно близкие точки

(x, y, u) $(x + x'\Delta s,\ y + y'\Delta s,\ u + u'\Delta s)$,

то $Ax + By + k^2 Cu = 0$

$Ax' + By' + k^2 Cu' = 0$

и уравнение касательной будет

$$(uy' - u'y)X + (ux' - u'x)Y - (xy' - x'y)U = 0 \qquad (4)$$

Уравнение нормали, как прямой, проходящей через точки x, y, z и $\perp$ к (4) будет (5)

$$A'X + B'Y + k^2 C'U = 0,$$

где $A'x + B'y + k^2 C'u = 0$

$(uy' - u'y)A' + (ux' - u'x)B' - (xy' - x'y)C' = 0$

откуда получается уравнение нормали в виде (6)

$$x'X + y'Y - k^2 u'U = 0$$

В дальнейшем будем пользоваться (4) и (6)

§2. Кривизна по нормали Кил

Кулидж[1]) подходит к понятию кривизны иначе, чем я и

---

1) Coolidge The elements of Non Euclidean Geometry Oxford 1927. ch XV p. 187