

436814

№ 1

ТРУДЫ СЕВЕРО-КАВКАЗСКОЙ АССОЦИАЦИИ  
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ИНСТИТУТОВ

№ 1

Институт математики и естествознания при Северо-Кавказском  
Государственном Университете.

Выпуск 2.

Д. МОРДУХАЙ-БОЛТОВСКОЙ.

О ЗАДАЧЕ ШВАРЦА

ОТНОСЯЩЕЙСЯ К АБЕЛЕВЫМ ИНТЕГРАЛАМ.



РОСТОВ НА ДОНУ

1926.

3981/5

матем

1926

Институт математики и естествознания при Северо-Кавказском  
Государственном Университете.

Выпуск 2.

Д. МОРДУХАЙ-БОЛТОВСКОЙ.

О ЗАДАЧЕ ШВАРЦА  
ОТНОСЯЩЕЙСЯ К АБЕЛЕВЫМ ИНТЕГРАЛАМ.

---

§ 1. Известна следующая теорема Шварца <sup>1)</sup>.

*Не существует бирационального преобразования содержащего произвольный параметр и преобразующего кривую в самую себя рода (genre) выше первого.*

Эту теорему можно высказать еще в следующей форме: Приведение Абелева интеграла первого рода

$$\int F(x,y) dx = \int \Phi(\xi,\eta) d\xi$$

возможно при помощи *бirationальной* подстановки, содержащей произвольный параметр только при условии, что  $\int F(x,y) dx$  *первого порядка*.

При такой формулировке вполне естественно поставить более общую задачу о приведении

$$\int F(x,y) dx = \int F(\xi,\eta) d\xi \quad \dots \quad (1)$$

с помощью *иррациональной* постановки.

Шварц подозревал следующую теорему, которая с 1894 года не была доказана.

*Приведение (1) с помощью алгебраической подстановки возможно только при условии, что Абелев интеграл  $\int F(x,y) dx$  приводится к сумме интегралов первого или второго рода и алгебраической функции.*

Настоящая работа задается целью дать доказательство этой трудной теоремы.

§ 2. В основе лежит свойство одночленного приведения

$$\int F(x,y) dx = \int \Phi(\xi,\eta) d\xi \quad \dots \quad (2)$$

доказанное в нашей большой работе, которое мы представим (соответственно поставленной нами цели в несколько более общей форме: <sup>2)</sup>

*Если приведение (2) невозможно, с помощью рациональной подстановки.*

$$\xi = \alpha(x,y), \quad \eta = \beta(x,y) \quad \dots \quad (3)$$

то интеграл  $\int \Phi(\xi,\eta) d\xi$  с помощью рациональной подстановки

$$\xi = A(\xi,\eta) \quad \omega = B(\xi,\eta) \quad \dots \quad (4)$$

приводится к интегралу низшего порядка.

При этом мы вовсе не ставим ограничения, чтобы интеграл

$\int F(x,y) dx$  был 1-го рода.

<sup>1)</sup> Schwarz. Journal de Crelle t LXXXVII.

*Appel et Goursat. Fonctions algébriques Ch. XI 470.*

<sup>2)</sup> О приведении Абелевых интегралов к низшим трансцендентным. Известия Варшав. Полит. Инст. 1907. Глава III § 33.