

УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО
ФАКУЛЬТЕТА

ТОМ XXXII

Вып. 4.

Ростов-на-Дону

1955 г.

О ПОВЕДЕНИИ КРУГЛОЙ ПЛИТЫ ПОСЛЕ ПОТЕРИ
УСТОЙЧИВОСТИ

И. И. Ворович

В статье рассматривается задача о поведении кольцевой плиты после потери устойчивости. Предполагается наличие поперечной нагрузки, а также нелинейного упругого основания. По контуру пластина опирается на упругие и упруго поворачивающиеся опоры, которые также могут быть нелинейными. Нагрузка пластинки считается симметричной и рассматриваются симметричные формы потери устойчивости.

1. Пусть плита постоянной толщины h и жесткости на изгиб D , ограниченная двумя концентрическими кольцами, опирается на упругое основание.

Реакцию основания будем считать некоторой нелинейной функцией прогиба, имеющей следующий вид:

$$R = k\omega + A(\omega). \quad (1)$$

Функцию $A(\omega)$ будем считать аналитической функцией ω , содержащей члены второго порядка и выше.

Процесс больших деформаций плиты, как известно, может быть описан уравнениями Кармана, которые в симметричном случае имеют такой вид:

$$\nabla^4 \omega = \frac{q^*}{D} + \frac{h}{D} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{d\omega}{dr} \frac{dF}{dr} \right), \quad (2)$$

$$\nabla^4 F = -E \frac{1}{r} \frac{d\omega}{dr} \frac{d^2 \omega}{dr^2}, \quad (3)$$

здесь q^* — нагрузка на плиту, F — функция напряжений.

Граничные условия для ω возьмем в следующем виде:

$$\sum_{sj=0}^3 a_{ij} \omega^{(j)}(a_1) + \sum_{sj=0}^3 b_{ij} \omega^{(j)}(a_2) = B_i; \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (4)$$

Здесь a_{ij} , b_{ij} — некоторые постоянные; a_1 , a_2 — внешний и внутренний радиусы кольца; B_i — некоторые функции $\omega^{(j)}(a_1)$, $\omega^{(j)}(a_2)$, содержащие члены второго порядка и выше.

При сплошной круглой пластине два из условий (4) заменяются условиями ограниченности $\omega(0)$, $\omega'(0)$.

Для F мы имеем следующие граничные условия:

$$h \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} \right)_{r=a_i} = T_i \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

В том случае, если пластина сплошная, второе граничное условие для F заменяется условием ограниченности, $F'(0)$. Мы будем предполагать, что T_i близки к критическим значениям, при которых происходит потеря