ДОКЛАДЫ
АКАДЕМИИ НАУК СССР

1956

ТОМ 110

№ 5

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА

Доклады Академии наук СССР
1956. Том 110, № 5

МАТЕМАТИКА

И. И. ВОРОВИЧ

О МЕТОДЕ БУБНОВА — ГАЛЕРКИНА В НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 10 IV 1956)

1. Рассматривается нелинейное функциональное уравнение вида:

$$\bar{\omega}_{tt} + K\bar{\omega}_t + A_1\bar{\omega} + A_2\bar{\omega} = \bar{F}(P, t), \tag{1}$$

где $\bar{\omega}$ — некоторая n-мерная вектор-функция точки P и параметра t; P принадлежит k-мерной области Ω с границей Γ; $0 \leqslant t \leqslant T$. Уравнения более общего вида, но линейные рассмотрены в [1,2].

Уравнение (1) будем рассматривать при некоторых однородных условиях на Γ и при начальных условиях

$$\bar{\omega}\,|_{t=0} = \bar{g}(P); \tag{2}$$

$$\bar{\omega}_t\,|_{t=0} = \bar{h}(P). \tag{3}$$

Введем множество вектор-функций $\bar{\omega}$, имеющих в Ω суммируемые с квадратом составляющие $u, v, w, \ldots, \theta$, и определим на нем скалярное произведение:

$$(\bar{\omega}_1 \cdot \bar{\omega}_2)_{H_{1\Omega}} = \int_{\Omega} (u_1 u_2 + v_1 v_2 + \ldots + \theta_1\theta_2)\, d\Omega.$$

Полученное пространство обозначим через $H_{1\Omega}$. Через $C_{\bar{\Omega}}$ обозначим множество всех непрерывных на $\bar{\Omega}$ вектор-функций: через $C_{\bar{Q}}$ — множество вектор-функций, непрерывных на $\bar{Q} = \bar{\Omega} \times [0, T]$.

Пусть A_1 — линейный положительно-определенный симметричный оператор, заданный на некотором плотном в $H_{1\Omega}$ множестве $E_1 \subset C_{\bar{\Omega}}$. Будем полагать, что каждая функция из E_1 удовлетворяет граничным условиям задачи. Пусть, далее, область значений $A_1 \subset C_{\bar{\Omega}}$. Введем на E_1 скалярное произведение:

$$(\bar{\omega}_1 \cdot \bar{\omega}_2)_{H_{2\Omega}} = (A_1\bar{\omega}_1 \cdot \bar{\omega}_2)_{H_{1\Omega}}. \tag{4}$$

Замыкание E_1 в норме (4) назовем $H_{2\Omega}$. Введем, далее, множество E_2 вектор-функций $\bar{\omega}(P, t)$ таких, что $\bar{\omega}(P, t)$ принадлежит E_1 при любом t, $0 \leqslant t \leqslant T$; $\bar{\omega}_t \subset C_{\bar{Q}}$; $\|\bar{\omega}\|^2_{H_{2\Omega}}$ суммируема на $(0, T)$.

Зададим на E_2 скалярное произведение

$$(\bar{\omega}_1 \cdot \bar{\omega}_2)_H = \int_0^T [(\bar{\omega}_{1t} \cdot \bar{\omega}_{2t})_{H_{1\Omega}} + (\bar{\omega}_1 \cdot \bar{\omega}_2)_{H_{2\Omega}}]\, dt. \tag{5}$$