

5(05)
D-63

КИР

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК СССР

1957

ТОМ 117

№ 2



ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

И. И. ВОРОВИЧ

**О СУЩЕСТВОВАНИИ РЕШЕНИЙ В НЕЛИНЕЙНОЙ
ТЕОРИИ ОБОЛОЧЕК**

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 31 V 1957)

1. В работах (1,2) показано существование решений задачи о больших прогибах оболочки, срединная поверхность которой мало отличается от плоскости и при наличии только поперечной нагрузки. В данной заметке рассматривается общий случай. Кроме того, здесь будет применен новый способ доказательства теоремы существования, позволяющий попутно установить некоторые общие свойства решений.

2. Пусть срединная поверхность оболочки S дается уравнением $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\alpha, \beta)$, причем выполнены следующие условия:

- 1) $\alpha, \beta \in \Omega$, где Ω — некоторая ограниченная область плоскости α, β ;
- 2) граница Ω Γ_Ω состоит из конечного числа дуг, на каждой из которых касательная вращается непрерывно;
- 3) S имеет изотермическую сеть α_1, β_1 , причем $\alpha = \alpha(\alpha_1, \beta_1)$, $\beta = \beta(\alpha_1, \beta_1)$ таковы, что $\partial(\alpha, \beta)/\partial(\alpha_1, \beta_1) \neq 0$, если $\alpha_1, \beta_1 \in \Omega_1$. Кроме того*, $m_1 \leq |A| \leq m_2$, $m_1 \leq |B| \leq m_2$, $C = 0$.

- 4) $\mathbf{r}, \alpha_1, \beta_1$ имеют в Ω непрерывные производные третьего порядка;
- 5) внешние массовые силы $X, Y, Z \in L_p$; $p > 1$.

Условие 3) дано в целях упрощения изложения результатов и может быть сильно ослаблено.

3. В основу теории положим соотношения

$$\varepsilon_1 = \frac{u_\alpha}{A} + \frac{A_\beta v}{AB} - \frac{w}{R_1} + \frac{w_\alpha^2}{2A^2}; \quad \varepsilon_2 = \frac{v_\beta}{B} + \frac{B_\alpha u}{AB} - \frac{w}{R_2} + \frac{w_\beta^2}{2B^2}; \quad (1)$$

$$\omega = \frac{A}{B} \left(\frac{u}{A} \right)_\beta + \frac{B}{A} \left(\frac{v}{B} \right)_\alpha + \frac{2w}{R_{12}} + \frac{w_\alpha w_\beta}{AB};$$

$$\kappa_1 = \frac{1}{A} \left(\frac{w_\alpha}{A} \right)_\alpha + \frac{A_\beta}{AB^2} w_\beta; \quad \kappa_2 = \frac{1}{B} \left(\frac{w_\beta}{B} \right)_\beta + \frac{B_\alpha}{A^2 B} w_\alpha; \quad (2)$$

$$\tau = \frac{w_{\alpha\beta}}{AB} - \frac{B_\alpha w_\alpha}{AB^2} - \frac{A_\beta w_\beta}{A^2 B}.$$

Связь между усилиями и компонентами деформации берем в форме, предложенной в (4) (стр. 50). В соответствии с этим уравнения равновесия упростим по способу Муштари. В результате для u, v, w получим систему

* Обозначения взяты из (3).