

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

*Северо-Кавказский
регион*

ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

ДИНАМИЧЕСКАЯ КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ТЕРМОУПРУГОГО СЛОЯ

© 1999 г. Т.И. Белянкова, Е.И. Ворович, В.В. Калинин, Ю.Е. Пузанов

Рассматривается задача о колебаниях массивного жесткого штампа на поверхности термоупругого слоя $0 \leq x_3 \leq h, |x_1|, |x_2| \leq \infty$. Штмп занимает область $|x_1| \leq a, |x_2| \leq \infty$. Колебания осуществляются под действием приложенной к штампу вертикальной механической нагрузки $P e^{-i\omega t}$ при заданной в области контакта температуре $\theta e^{-i\omega t}$. Предполагается, что колебания являются установившимися, поверхность слоя вне зоны контакта свободна от механических напряжений и теплоизолирована, трение между штампом и средой отсутствует, нижняя грань полосы закреплена и также теплоизолирована.

Рассмотрим вспомогательную задачу о колебаниях термоупругого слоя под действием заданной в области $|x_1| \leq a, |x_2| \leq \infty$ нагрузки вида $q(x_1) e^{-i\omega t}$ и теплового потока $g(x_1) e^{-i\omega t}$. Вне этой области механические напряжения и тепловой поток отсутствуют. Задача описывается уравнениями движения термоупругой среды [1]:

$$\mu u_{i,jj} + (\lambda + \mu) u_{i,jj} + x_i = \rho \ddot{u}_i + \gamma \theta_{,i}, \quad (1)$$

уравнением теплопроводности:

$$\theta_{,jj} - \kappa^{-1} \theta - \eta u_{k,k} = 0 \quad (2)$$

и граничными условиями:

$$x_3 = h: \sigma_{33} = \begin{cases} q(x_1), x_1 \leq a \\ 0, x_1 > a \end{cases}, \quad f(x_1) = \begin{cases} g(x_1), x_1 \leq a \\ 0, x_1 > a \end{cases}; \quad (3)$$

$$x_3 = 0: u_1(x_1) = u_3(x_1) = f(x_1) = 0, \quad |x_1| \leq \infty.$$

Здесь u_i, σ_{ij} – механические смещения и напряжения; λ, μ и ρ – параметры Ляме и плотность материала

слоя; θ и f – температура и тепловой поток $\eta = \gamma T_0 / \lambda_0$, $\gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha_t$, $\kappa = \lambda_0 / C_\varepsilon$, $C_\varepsilon = C_0 \rho$, где α_t и C_0 – соответственно коэффициент теплового расширения и теплоемкость среды. Дифференцирование по координатам обозначено индексом после запятой.

Решение вспомогательной задачи строится методом интегрального преобразования [2] и имеет вид:

$$k_{11}q + k_{12}f = u, \quad (4)$$

$$k_{21}q + k_{22}f = \theta,$$

$$k_{ij}(t) = \int_{\Gamma} K_{ij}(\alpha, x_3, \omega) e^{-i\alpha t} d\alpha. \quad (5)$$

Соотношения (4), (5) определяют смещение и температуру в произвольной точке среды.

В задаче о колебаниях массивного штампа на поверхности среды под действием силы P (4) представляет собой систему интегральных уравнений относительно неизвестных функций распределения контактных напряжений $q(x_1)$ и распределения теплового потока $f(x_1)$ в области контакта, при этом $u(x_1), \theta(x_1)$ – заданные амплитуда смещений подошвы штампа и температура в зоне контакта.

Решение исходной задачи сводится к согласованному решению системы интегральных уравнений (4) и уравнения движения массивного штампа

$$-m\omega^2 u = P - Q, \quad (6)$$

где Q – реакция среды, определяемая выражением

$$Q = \int_{-a}^a q(x_1) dx_1. \quad (7)$$

Введем $Q_{0i}, F_{0i} (i = 1, 2)$